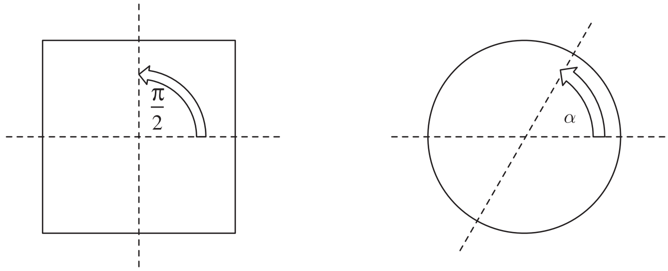


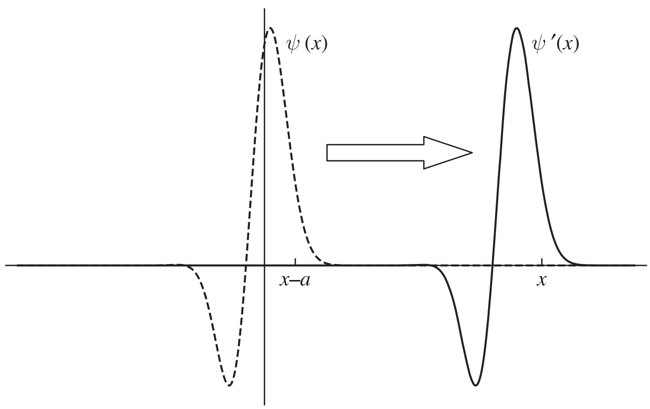
Rysunek 6.1. Kwadrat ma dyskretną symetrię obrotową. Pozostaje niezmieniony po obróceniu o kąt π/2 lub jego wielokrotność. Okrąg ma ciągłą symetrię obrotową. Pozostaje niezmieniony po obróceniu o dowolny kąt α

6.1.1. Transformacja w przestrzeni

W tym punkcie przedstawimy operatory mechaniki kwantowej, które implementują translacje, inwersje i rotacje. Każdy z tych operatorów zdefiniujemy na podstawie tego, jak działa na dowolną funkcję. Operator translacji przyjmuje funkcję i przesuwa ją o a. Operator, który to robi, jest określony wzorem

$$\hat{T}(a)\,\psi(x) = \psi'(x) = \psi(x-a)\,. \tag{6.1}$$

Na początku znak może być mylący. Z tego równania wynika, że przekształcona funkcja ψ' dla x jest równa nietransformowanej funkcji ψ dla $x - a$ (rysunek 6.2). Sama funkcja została przesunięta w *prawo* o wartość a.



Rysunek 6.2. Funkcja falowa $\psi(x)$ i przesunięta funkcja falowa $\psi'(x) = \hat{T}(a)\psi(x)$. Zauważ, że wartość ψ w x jest równa wartości ψ w $x - a$.

Operator, który odbija funkcję względem początku układu, **operator parzystości** w jednym wymiarze, jest zdefiniowany wzorem

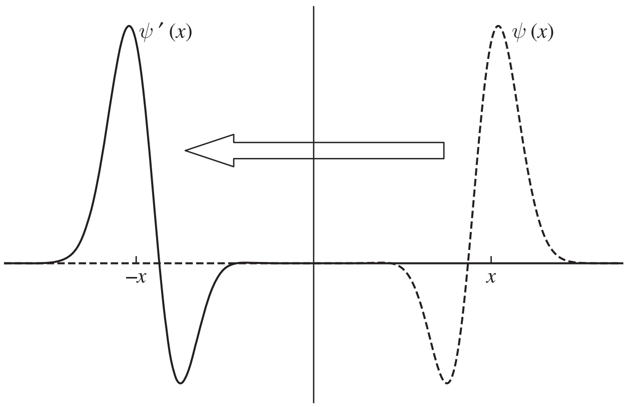
$$\hat{\Pi}\,\psi(x) = \psi'(x) = \psi(-x)\,.$$

Efekt parzystości przedstawiono graficznie na rysunku 6.3. W trzech wymiarach parzystość zmienia znak wszystkich trzech współrzędnych: $\hat{\Pi}\psi(x, y, z) = \psi(-x, -y, -z)$.[2]

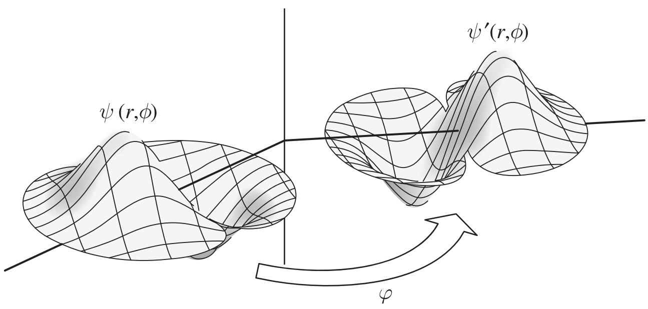
Wreszcie operator, który obraca funkcję wokół osi z o kąt φ, najbardziej naturalnie może być wyrażony we współrzędnych biegunowych jako

$$\hat{R}_z(\varphi)\,\psi(r,\theta,\phi) = \psi'(r,\theta,\phi) = \psi(r,\theta,\phi-\varphi)\,. \tag{6.2}$$

W podrozdziale 6.5 przeanalizujemy obroty i wprowadzimy wyrażenia określające obroty wokół dowolnych osi. Działanie **operatora obrotu** na funkcję ψ ilustruje rysunek 6.4.



Rysunek 6.3. Funkcja $\psi(x)$ i funkcja $\psi'(x) = \hat{\Pi}\psi(x) = \psi(-x)$ po odbiciu względem osi y. Wartość ψ' dla x jest równa wartości ψ w $-x$



Rysunek 6.4. Funkcja $\psi(r, \varphi)$ i funkcja obrócona $\psi'(r, \varphi) = \psi(r, \phi - \varphi)$ po obrocie w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara wokół osi pionowej o kąt φ

[2] Operację parzystości w trzech wymiarach można zrealizować jako odbicie lustrzane, po którym następuje obrót (zobacz zadanie 6.1). W dwóch wymiarach transformacja $\psi'(x, y) = \psi(-x, -y)$ nie różni się od obrotu o 180°. Użyjemy terminu parzystość wyłącznie do odwrócenia przestrzennego, $\hat{\Pi}\psi\mathbf{r}) = \psi(-\mathbf{r})$, w jednym lub trzech wymiarach.